CUPRINS

GEOMETRIE

CAPITOLUL II. TRIUNGHIUL

ALGEBRĂ

Capitolul III

MULȚIMEA NUMERELOR ÎNTREGI

Lecția 1. Mulțimea numerelor întregi. Opusul unui număr întreg

Citesc și rețin

Numerele naturale nenule scrise cu semnul „+" în față: +1, +2, +3, … se numesc numere întregi pozitive. Mulțimea numerelor întregi pozitive se notează cu $\mathbb{Z}_+$, deci $\mathbb{Z}_+ = \{+1, +2, +3, \ldots\}$ și avem $\mathbb{N}^* = \mathbb{Z}_+$.

Numerele naturale nenule scrise cu semnul „–" în față: –1, –2, –3, … se numesc numere întregi negative. Mulțimea numerelor întregi negative se notează cu $\mathbb{Z}_-$, deci $\mathbb{Z}_- = \{-1, -2, -3, \ldots\}$.

Numărul natural 0 este singurul număr întreg care nu este nici pozitiv, nici negativ.

Mulțimea numerelor întregi se notează cu $\mathbb{Z}$ și se definește astfel: $\mathbb{Z} = \mathbb{Z}_- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}_+$.

Mulțimea $\mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ se numește mulțimea numerelor întregi nenule.

Numerele întregi care aparțin reuniunii $\{0\} \cup \mathbb{Z}_+$ se numesc numere întregi nenegative.

Definiție: Prin **opusul numărului** întreg nenul a înțelegem numărul întreg $-a$. Opusul numărului întreg 0 este numărul întreg 0.

Exemple: Opusul numărului întreg 5 este numărul întreg –5.
Opusul numărului întreg –8 este numărul întreg 8.

Cum se aplică?

1. Se consideră mulțimea $A = \{-6, 15, 0, -21, 8\}$. Determinați mulțimile:

a) $E = \{x \in A \mid x \in \mathbb{Z}_+\}$;

b) $F = \{x \in A \mid x \in \mathbb{Z}_-\}$.

Soluție:

a) $E = \{15, 8\}$; b) $F = \{-6, -21\}$.

2. Scrieți opusele următoarelor numere întregi:

a) –9; b) 0; c) 17; d) –11.

Soluție:

a) 9; b) 0; c) –17; d) 11.

Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Citiți mulțimile următoare:

a) $\mathbb{Z}_+$; b) $\mathbb{Z}_-$; c) $\mathbb{Z}^*$; d) $\mathbb{Z}$.

2. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

a) $-25 \in \mathbb{Z}_-$; ☐ b) $42 \in \mathbb{Z}_+$; ☐ c) $51 \notin \mathbb{Z}_-$; ☐ d) $-71 \notin \mathbb{Z}_+$; ☐

e) $49 \notin \mathbb{Z}_+$; ☐ f) $-28 \in \mathbb{Z}_-$; ☐ g) $-35 \notin \mathbb{Z}_-$; ☐ h) $87 \in \mathbb{Z}_+$. ☐

3. Se consideră mulțimea $A = \{-2, 4, -5, 7, 8, -1, 0, -13, 12, -9\}$. Enumerați elementele mulțimilor:

a) $A_1 = \{x \in A \mid x \in \mathbb{Z}_+\}$; b) $A_2 = \{x \in A \mid x \in \mathbb{Z}_-\}$.

a)	
b)	

4. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

a) Mulțimea $\mathbb{Z}_+$ este finită. ☐ b) Mulțimea $\mathbb{Z}_-$ este finită. ☐

c) Mulțimea $\mathbb{Z}^*$ este infinită. ☐ d) Mulțimea $\mathbb{Z}$ este infinită. ☐

5. Se consideră mulțimea $E = \{-15, 0, 6, -8, 2, 17\}$. Determinați următoarele mulțimi:

a) $E \cap \mathbb{Z}_-$; b) $E \cap \mathbb{Z}_+$; c) $E \cap \mathbb{Z}^*$; d) $E \setminus \mathbb{Z}_-$; e) $E \setminus \mathbb{Z}_+$; f) $E \setminus \mathbb{Z}^*$.

a)	
e)	

6. Completați tabelul următor:

Numărul	43	–7	–25	134	0	–91	–72	64	–8
Opusul									

7. Completați tabelul următor:

Numărul	–6			201		–18			92
Opusul		42	–58		307		–9	83	

Exerciții și probleme de dificultate redusă

8. Se consideră mulțimea $A = \{-6, -5, 2, 0, 1, 7, -13\}$. Determinați mulțimea $B = \{y \mid y \text{ este opusul lui } x, x \in A\}$.

9. Se consideră mulțimea $E = \{-1, -4, 6, -11, 8, 0, 9\}$. Determinați mulțimea $F = \{y \mid y \text{ este opusul lui } x, x \in E\}$.

Lecția 4. Adunarea numerelor întregi. Proprietățile adunării

Citesc și rețin

Suma a două numere întregi x și y este un număr întreg unic, notat $x + y$. Operația prin care se obține suma a două numere se numește **adunare**.

Suma numerelor întregi x și y, pe care o notăm cu S, se obține astfel:

- dacă $x > 0$ și $y > 0$, atunci $S = +(|x| + |y|)$;
- dacă $x < 0$ și $y < 0$, atunci $S = -(|x| + |y|)$;
- dacă $x > 0$, $y < 0$ și $|x| > |y|$, atunci $S = +(|x| - |y|)$;
- dacă $x > 0$, $y < 0$ și $|x| = |y|$, atunci $S = 0$;
- dacă $x > 0$, $y < 0$ și $|x| < |y|$, atunci $S = -(|y| - |x|)$;
- dacă $x = 0$, atunci $S = y$, iar dacă $y = 0$, atunci $S = x$.

Proprietățile adunării

- **Comutativitatea:** $x + y = y + x$, pentru orice $x, y \in \mathbb{Z}$;
- **Asociativitatea:** $(x + y) + z = x + (y + z)$, pentru orice $x, y, z \in \mathbb{Z}$;
- **0 este element neutru:** $x + 0 = 0 + x = x$, oricare ar fi $x \in \mathbb{Z}$.

Cum se aplică?

1. Efectuați:

a) $5 + 39$; b) $(-7) + (-8)$; c) $14 + (-8)$; d) $(-29) + 16$.

Soluție:

a) $5 + 39 = +(5 + 39) = +44 = 44$;
b) $(-7) + (-8) = -(7 + 8) = -15$;
c) $14 + (-8) = +(14 - 8) = +6 = 6$;
d) $(-29) + 16 = -(29 - 16) = -13$.

2. Calculați:

a) $(-12) + (-23) + 31$; b) $|-8| + (-27) + |16|$.

Soluție:

a) $(-12) + (-23) + 31 = (-35) + 31 = -4$;
b) $|-8| + (-27) + |16| = 8 + (-27) + 16 = -19 + 16 = -3$.

Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Efectuați:

a) $(-5) + (-7) = \square\square\square$ b) $(-4) + (-6) = \square\square\square$ c) $(-6) + (-9) = \square\square\square$
d) $(-14) + (-4) = \square\square\square$ e) $(-7) + (-25) = \square\square\square$ f) $(-29) + (-8) = \square\square\square$

2. Efectuați:

a) $8 + (-2) = \square\square\square$ b) $(-5) + 8 = \square\square\square$ c) $9 + (-7) = \square\square\square$
d) $(-19) + 8 = \square\square\square$ e) $6 + (-23) = \square\square\square$ f) $(-28) + 9 = \square\square\square$

3. Completați tabelul următor:

x	–20	45	–26	–25	–50	80	–70	–67
y	32	–23	–18	–35	15	–45	–20	42
$x + y$								

4. Aflați suma următoarelor numere întregi:

a) –5 și –8; b) 13 și –7; c) –4 și –9; d) –6 și 16;
e) –26 și –8; f) 29 și –35; g) –4 și –49; h) –56 și 27.

f)

h)

5. Într-o zi de iarnă, temperatura minimă pe țară a fost de –21°C. Determinați temperatura minimă pe țară din ziua următoare, știind că aceasta a fost mai scăzută cu 2°C.

Exerciții și probleme de dificultate redusă

6. Marea Moartă se află la altitudinea de –394 m. O echipă de cercetători a scufundat o cameră de luat vederi la adâncimea de 17 m pentru a detecta eventualele forme de viață din această mare. Determinați altitudinea camerei de luat vederi.

7. Calculați:

a) $(-5) + (-6) + (-25)$; b) $(-7) + (-32) + (-4)$; c) $(-39) + (-8) + (-3)$;
d) $(-2) + (-45) + (-12)$; e) $(-19) + (-6) + (-52)$; f) $(-56) + (-7) + (-15)$.

8. Calculați:

a) $(-18) + 24 + (-8)$; b) $(-14) + (-9) + 20$; c) $25 + (-17) + (-28)$;
d) $(-27) + 31 + (-11)$; e) $(-38) + 30 + (-17)$; f) $(-42) + (-16) + 70$.

9. Calculați:

a) $|-21| + (-5)$; b) $(-19) + |-7|$; c) $|26| + (-12)$;
d) $|-6| + (-37)$; e) $(-34) + |18|$; f) $|-35| + (-8)$.

10. Calculați:

a) $|-12| + |25| + (-20)$; b) $|26| + (-80) + |-45|$; c) $(-49) + |-13| + |42|$;
d) $|-54| + (-95) + |31|$; e) $|-43| + (-75) + |19|$; f) $(-80) + |25| + |-37|$.

Exerciții și probleme de dificultate medie

11. Calculați:

a) $20 + (-25) + (-33) + 49$; b) $(-14) + (-13) + 30 + (-8)$;
c) $(-24) + 27 + 20 + (-18)$; d) $(-45) + 29 + (-32) + (-2)$.

12. Calculați:

a) $|-8| + (-37) + (-25) + |31|$; b) $(-4) + |-39| + (-63) + |17|$;
c) $|61| + (-5) + |-24| + (-70)$; d) $(-57) + (-6) + |18| + |-35|$.

Lecția 6. Înmulțirea numerelor întregi. Proprietățile înmulțirii

Citesc și rețin

Produsul a două numere întregi x și y este un număr întreg unic, notat $x \cdot y$. Operația prin care se obține produsul a două numere se numește **înmulțire**.

Produsul numerelor întregi x și y pe care îl notăm cu P se obține astfel:

- dacă $x > 0$ și $y > 0$ sau $x < 0$ și $y < 0$, atunci $P = +|x| \cdot |y|$;
- dacă $x > 0$ și $y < 0$ sau $x < 0$ și $y > 0$, atunci $P = -|x| \cdot |y|$;
- dacă $x = 0$ sau $y = 0$, atunci $P = 0$.

Proprietățile înmulțirii

- **Comutativitatea:** $x \cdot y = y \cdot x$, pentru orice $x, y \in \mathbb{Z}$;
- **Asociativitatea:** $(x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)$, pentru orice $x, y, z \in \mathbb{Z}$;
- **1 este element neutru:** $x \cdot 1 = 1 \cdot x = x$, pentru orice $x \in \mathbb{Z}$;
- **Distributivitatea** față de adunare și scădere:

$x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z$, pentru orice $x, y, z \in \mathbb{Z}$;

$x \cdot (y - z) = x \cdot y - x \cdot z$, pentru orice $x, y, z \in \mathbb{Z}$.

Cum se aplică?

1. Efectuați:

a) $12 \cdot 10$; b) $(-5) \cdot (-4)$; c) $(-7) \cdot 8$; d) $9 \cdot (-6)$.

Soluție:

a) $12 \cdot 10 = 120$; b) $(-5) \cdot (-4) = 20$; c) $(-7) \cdot 8 = -56$; d) $9 \cdot (-6) = -54$.

2. Calculați:

a) $(-7) \cdot (-3) + 5 \cdot (-6)$; b) $|-2| \cdot (-8) - (-4) \cdot |6|$.

Soluție:

a) $(-7) \cdot (-3) + 5 \cdot (-6) = 21 + (-30) = -9$;

b) $|-2| \cdot (-8) - (-4) \cdot |6| = 2 \cdot (-8) - (-4) \cdot 6 = (-16) - (-24) = (-16) + 24 = 8$.

Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Efectuați:

a) $(-2) \cdot 8 = \square\square\square$ b) $(-5) \cdot 7 = \square\square\square$ c) $6 \cdot (-3) = \square\square\square$

d) $(-4) \cdot 10 = \square\square\square$ e) $12 \cdot (-3) = \square\square\square$ f) $14 \cdot (-5) = \square\square\square$

2. Efectuați:

a) $(-2) \cdot (-7) = \square\square\square$ b) $(-5) \cdot (-6) = \square\square\square$ c) $(-4) \cdot (-8) = \square\square\square$

d) $(-4) \cdot (-12) = \square\square\square$ e) $(-15) \cdot (-5) = \square\square\square$ f) $(-3) \cdot (-18) = \square\square\square$

3. Completați tabelul următor:

x	20	–7	–14	–6	–8	50	–4	25
y	–3	10	–5	–15	30	–6	18	–8
$x \cdot y$								

4. Calculați:

a) (–36) · 10 = ...;
b) (–10) · 45 = ...;
c) (–100) · (–73) = ...;
d) (–56) · (–100) = ...;
e) (–49) · (–1000) = ...;
f) (–84) · (–1000) = ...

5. Calculați:

a) (–4) · |–8|;
b) |13| · (–3);
c) |–7| · (–6);
d) (–8) · |10|;
e) (–20) · |14|;
f) |–18| · (–9);
g) (–25) · |12|;
h) |–35| · (–5).

f)

g)

Exerciții și probleme de dificultate redusă

6. Calculați:

a) (–3) · 2 · (–4);
b) 3 · (–4) · (–5);
c) (–5) · (–6) · 7;
d) (–5) · 3 · (–8);
e) (–4) · (–7) · 5;
f) 9 · (–3) · (–6).

7. Calculați:

a) (–2) · (–4) · (–3);
b) (–2) · (–7) · (–5);
c) (–3) · (–4) · (–6);
d) (–5) · (–7) · (–2);
e) (–8) · (–9) · (–3);
f) (–5) · (–6) · (–8).

8. Calculați:

a) 70 + 5 · (–8);
b) 44 + (–6) · 9;
c) –7 + (–4) · 6;
d) –8 + 7 · (–3).

9. Calculați:

a) (–5) · (–7) – 42;
b) (–3) · (–9) – 50;
c) (–4) · (–8) – (–7);
d) (–6) · (–7) – (–4).

10. Calculați:

a) (–2) · (–7) + (–5) · (–3);
b) (–5) · (–7) – (–4) · (–9);
c) (–15) · 5 + (–10) · (–3);
d) (–8) · (–12) + (–25) · 6.

Exerciții și probleme de dificultate medie

11. Scrieți sub forma cea mai simplă opusul numărului întreg x în următoarele cazuri:

a) x = |–4| · (–10) + |20| · (–3);
b) x = (–8) · |–15| – |30| · (–5);
c) x = |–12| · (–6) + |14| · (–5);
d) x = (–5) · |–18| – |35| · (–4).

12. Calculați:

a) |5| · (–6) · (–3) + 10 · (–12);
b) 3 · |–6| · (–4) – (–7) · (–13);
c) (–5) · (–16) + |–7| · 2 · (–8);
d) 10 · (–17) + (–3) · |5| · (–9).

Lecția 9. Reguli de calcul cu puteri

Citesc și rețin

Regulile de calcul cu puteri care au baza număr întreg sunt aceleași ca și în cazul puterilor care au baza număr natural.

- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, oricare ar fi $a \in \mathbb{Z}^*$ și $m, n \in \mathbb{N}$;
- $a^m : a^n = a^{m-n}$, oricare ar fi $a \in \mathbb{Z}^*$ și $m, n \in \mathbb{N}$, $m \geq n$;
- $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$, oricare ar fi $a \in \mathbb{Z}^*$ și $m, n \in \mathbb{N}$;
- $(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$, oricare ar fi $a, b \in \mathbb{Z}^*$ și $m \in \mathbb{N}$;
- $(a : b)^m = a^m : b^m$, oricare ar fi $a, b \in \mathbb{Z}^*$ și $m \in \mathbb{N}$.

Cum se aplică?

1. Calculați, folosind regulile de calcul cu puteri:

a) $(-5)^{19} \cdot (-5)^8$; b) $(-6)^{41} : (-6)^7$; c) $[(-7)^{10}]^4$.

Soluție:

a) $(-5)^{19} \cdot (-5)^8 = (-5)^{19+8} = (-5)^{27}$; b) $(-6)^{41} : (-6)^7 = (-6)^{41-7} = (-6)^{34}$;
c) $[(-7)^{10}]^4 = (-7)^{10 \cdot 4} = (-7)^{40}$.

2. Calculați, folosind regulile de calcul cu puteri:

a) $[(-19) \cdot (-19)^4 \cdot (-19)^5]^7$; b) $[(-3) \cdot (-3)^3]^5 : [(-3)^4]^3$.

Soluție:

a) $[(-19) \cdot (-19)^4 \cdot (-19)^5]^7 = [(-19)^{1+4+5}]^7 = [(-19)^{10}]^7 = (-19)^{10 \cdot 7} = (-19)^{70}$;

b) $[(-3) \cdot (-3)^3]^5 : [(-3)^4]^3 = [(-3)^{1+3}]^5 : (-3)^{4 \cdot 3} = [(-3)^4]^5 : (-3)^{12} = (-3)^{4 \cdot 5} : (-3)^{12} = (-3)^{20} : (-3)^{12} = (-3)^{20-12} = (-3)^8$.

Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) $(-2)^{23} \cdot (-2)^{51} = (-2)^{74}$; ☐ b) $(-4)^{60} \cdot (-4)^{37} = (-4)^{23}$; ☐
c) $(-3)^{53} : (-3)^{20} = (-3)^{33}$; ☐ d) $(-6)^{29} : (-6)^{15} = (-6)^{14}$; ☐
e) $[(-5)^{12}]^4 = (-5)^{48}$; ☐ f) $[(-7)^{80}]^5 = (-7)^{18}$. ☐

2. Efectuați următoarele înmulțiri, folosind formula $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$:

a) $13^{25} \cdot 13^{15}$ = ...; b) $17^{19} \cdot 17^{18}$ = ...; c) $19^{23} \cdot 19^{17}$ = ...;
d) $(-5)^{30} \cdot (-5)^9$ = ...; e) $(-6)^5 \cdot (-6)^{38}$ = ...; f) $(-3)^8 \cdot (-3)^{36}$ = ...

3. Efectuați următoarele împărțiri, folosind formula $a^m : a^n = a^{m-n}$:

a) $29^{40} : 29^{25}$ = ...; b) $31^{35} : 31^{16}$ = ...; c) $43^{42} : 43^{18}$ = ...;
d) $(-2)^{40} : (-2)^5$ = ...; e) $(-5)^{48} : (-5)^9$ = ...; f) $(-7)^{52} : (-7)^7$ = ...

Lecția 11. Ecuații în $\mathbb{Z}$

Citesc și rețin

O egalitate de forma $x + a = b$, $x \cdot a = b$, $x : a = b$ $(a \neq 0)$, $ax + b = c$ $(a \neq 0)$, unde a, b, $c \in \mathbb{Z}$ și $x \in \mathbb{Z}$ se numește **ecuație cu o necunoscută**.

Numerele întregi a, b și c se numesc coeficienți, iar numărul întreg x se numește necunoscută sau variabilă.

Definiție: Un număr $u \in \mathbb{Z}$ se numește **soluție** a ecuației $ax + b = c$, $(a \neq 0)$ și $x \in \mathbb{Z}$ dacă $au + b = c$ (u verifică ecuația).

A rezolva ecuația $ax + b = c$, $(a \neq 0)$ și $x \in \mathbb{Z}$ înseamnă a determina mulțimea de soluții $S = \{u \in \mathbb{Z} \mid au + b = c\}$.

Definiție: Două ecuații cu o necunoscută se numesc **echivalente** dacă au aceeași mulțime de soluții.

Cum se aplică?

1. Verificați dacă numărul întreg –3 este soluție pentru ecuația:

a) $6 : x = -2$; b) $1 - 2x = 5$.

Soluție:

a) $6 : x = -2 \Rightarrow 6 : (-3) = -2 \Rightarrow -2 = -2$ (A), deci –3 este soluție;

b) $1 - 2x = 5 \Rightarrow 1 - 2 \cdot (-3) = 5 \Rightarrow 1 + 6 = 5 \Rightarrow 7 = 5$ (F), deci –3 nu este soluție.

2. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi ecuațiile:

a) $3x + 1 = -2$; b) $x : (-5) = -4$.

Soluție:

a) $3x + 1 = -2 \Leftrightarrow 3x = -2 - 1 \Leftrightarrow 3x = -3 \Leftrightarrow x = (-3) : 3 \Leftrightarrow x = -1$;

b) $x : (-5) = -4 \Leftrightarrow x = (-4) \cdot (-5) \Leftrightarrow x = 20$.

3. Rezolvați în $\mathbb{Z}$ ecuațiile următoare:

a) $28 : (-x) + 5 = -9$; b) $5(9 - 2x) = 25 - 6x$.

Soluție:

a) $28 : (-x) + 5 = -9 \Leftrightarrow 28 : (-x) = -9 - 5 \Leftrightarrow 28 : (-x) = -14 \Leftrightarrow -x = 28 : (-14) \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow -x = -2 \Leftrightarrow x = 2$;

b) $5(9 - 2x) = 25 - 6x \Leftrightarrow 45 - 10x = 25 - 6x \Leftrightarrow -10x + 6x = 25 - 45 \Leftrightarrow -4x =$ $= -20 \Leftrightarrow x = (-20) : (-4) \Leftrightarrow x = 5$.

Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Verificați dacă numărul întreg –2 este soluție pentru ecuația:

a) $x + 7 = 5$; b) $4x = -10$; c) $-7x = 14$; d) $8 - x = 6$;
e) $18 : (-x) = 9$; f) $5x = x - 8$; g) $3(x - 1) = 9$; h) $x : (-2) = 12$.

g)

2. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi ecuațiile:

a) $x + 4 = 1$; b) $x + 6 = 2$; c) $x + 8 = 2$; d) $x + 7 = 3$;
e) $x - 5 = -3$; f) $x - 2 = -5$; g) $x - 4 = -9$; h) $x - 6 = -7$.

d)

g)

3. Rezolvați în $\mathbb{Z}$ ecuațiile următoare:

a) $2x = -8$; b) $3x = -6$; c) $4x = -8$; d) $3x = -9$;
e) $-4x = -12$; f) $-3x = -15$; g) $-2x = -14$; h) $-4x = -24$.

c)

h)

Exerciții și probleme de dificultate redusă

4. Rezolvați ecuațiile următoare, unde $x \in \mathbb{Z}$:

a) $x : (-5) = 4$; b) $x : (-3) = 5$; c) $x : (-7) = 2$; d) $x : (-4) = 7$;
e) $x : (-8) = -5$; f) $x : (-7) = -4$; g) $x : (-4) = -9$; h) $x : (-9) = -3$.

5. Rezolvați în $\mathbb{Z}^*$ următoarele ecuații:

a) $20 : x = -5$; b) $28 : x = -7$; c) $36 : x = -6$; d) $42 : x = -6$;
e) $-16 : x = -4$; f) $-18 : x = -2$; g) $-27 : x = -3$; h) $-35 : x = -7$.

6. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi ecuațiile:

a) $2x - 5 = -9$; b) $3x + 4 = -5$; c) $4x - 1 = -9$;
d) $7 - 5x = -13$; e) $2 - 9x = -25$; f) $6 - 4x = -22$.

Exerciții și probleme de dificultate medie

7. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi ecuațiile:

a) $5x - 21 = 2x$; b) $7x + 48 = -x$; c) $30 - 3x = 2x$;
d) $-x + 56 = 6x$; e) $42 - x = -7x$; f) $-x - 27 = 2x$.

8. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi ecuația:

a) $3(2x - 5) = -9$; b) $7(3x + 1) = -14$; c) $5(4x + 3) = 15$;
d) $2(5 - 6x) = 34$; e) $3(4 + 5x) = 42$; f) $4(6 + 2x) = -8$.

9. Rezolvați în $\mathbb{Z}$ ecuațiile următoare:

a) $4x - 6 = 2x - 14$; b) $7x + 15 = 4x - 6$; c) $8x - 5 = 4x - 17$;
d) $10 - 2x = 3x - 15$; e) $13 - 7x = 23 - 2x$; f) $39 - 9x = 21 - 3x$.

Lecția 13. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor sau inecuațiilor

Citesc și rețin

Rezolvarea unei probleme cu ajutorul ecuației sau inecuației cuprinde următoarele etape:

- identificarea și notarea necunoscutei;
- punerea problemei în ecuație sau inecuație (modelul matematic);
- rezolvarea ecuației sau a inecuației;
- analiza și interpretarea rezultatului.

Cum se aplică?

1. Suma a două numere întregi consecutive este egală cu –53. Determinați cele două numere.

Soluție:

Notăm cu x și $x + 1$ cele două numere.

$x + x + 1 = -53 \Leftrightarrow 2x = -53 - 1 \Leftrightarrow 2x = -54 \Leftrightarrow x = -54 : 2 \Leftrightarrow x = -27$, deci $x + 1 = -26$.

2. Un sfert din modulul unui număr întreg este mai mic decât 1. Determinați numărul respectiv.

Soluție:

Notăm cu x numărul necunoscut.

$|x| : 4 < 1 \Leftrightarrow |x| < 1 \cdot 4 \Leftrightarrow |x| < 4 \Leftrightarrow -4 < x < 4 \Leftrightarrow x \in \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$.

3. Diferența dintre dublul unui număr necunoscut și o treime din suma dintre acesta și numărul întreg –28 este egală cu –44. Aflați numărul respectiv.

Soluție:

Notăm cu x numărul necunoscut.

$$^{3)}2x - \frac{1}{3}[x + (-28)] = {}^{3)}-44 \Leftrightarrow 6x - x + 28 = -132 \Leftrightarrow 5x = -132 - 28 \Leftrightarrow 5x = -160 \Leftrightarrow x = -160 : 5 \Leftrightarrow x = -32.$$

Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Suma dintre un număr întreg și –23 este egală cu 17. Aflați numărul respectiv.

2. Determinați un număr întreg, știind că diferența dintre acesta și 40 este egală cu –61.

3. Aflați un număr întreg, știind că suma dintre dublul acestuia și 45 este egală cu 19.

4. Aflați un număr întreg, știind că diferența dintre triplul acestuia și 25 este egală cu –52.

Exerciții și probleme de dificultate redusă

5. Aflați un număr întreg, știind că suma dintre acesta și jumătatea lui este egală cu –51.

6. Diferența dintre un număr întreg și un sfert din acesta este egală cu –102. Aflați numărul respectiv.

7. Suma a două numere întregi de aceeași paritate este egală cu –92. Aflați cele două numere.

Exerciții și probleme de dificultate medie

8. Aflați trei numere întregi consecutive, știind că suma lor este egală cu –48.

9. Aflați un număr întreg, știind că dublul sumei dintre acesta și –27 este egal cu –30.

10. Mărind un număr întreg cu $\frac{4}{5}$ din el, obținem 45. Aflați numărul respectiv.

11. Micșorând dublul unui număr întreg cu 60% din acesta, obținem 21. Aflați numărul respectiv.

12. Aflați un număr întreg, știind că dublul sumei dintre acesta și $\frac{1}{3}$ din el este cu 3 mai mic decât –29.

13. Media aritmetică a trei numere întregi este egală cu –33. Dacă media aritmetică a primelor două numere este egală cu –29, aflați cel de-al treilea număr.